INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

# Computação Gráfica

Licenciatura em Engenharia Informática e de Computadores
Taguspark / Alameda

**Primeiro Teste**
17 de Março de 2012

O teste tem a duração de **1h00**, tolerância incluída. Responda às questões **unicamente** nestas duas primeiras folhas, justificando adequadamente as respostas de desenvolvimento. Só estas duas folhas deverão ser entregues, e como tal, serão as únicas avaliadas. As restantes folhas podem ser utilizadas como folhas de rascunho. Durante o exame apenas é permitido o uso de caneta. Não é permitido o uso de calculadoras, telemóveis ou folhas em branco para rascunho. Uma resposta errada nas perguntas de escolha múltipla desconta metade da cotação da respectiva questão.

**Respostas:**

**1. [1.0v]** _______ **2. [3.0v]** _______ **3. [2.0v]** $n$=[_______ _______ _______]$^T$

**4. [3.0v]** _______ **5. a) [1.0v]** _______ **5.b) [1.0v]**

**6. a) [2.0v]** _______ **6. b) [2.0v]** _______

7. a) [0.5v] ______________________________________________

______________________________________________

______________________________________________

7. b) [1.5v] ________ ________ ________ ________

8. a) [1.0v]

8. b) [1.0v]

8. c) [1.0v] ______________________________________________

______________________________________________

______________________________________________

1. **[1.0v]** Diga em que domínio são representadas as imagens *raster*:

   (escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

   **A:** $R^1$     **C:** $R^3$     **E:** $Z^2$     **G:** $Z^4$

   **B:** $R^2$     **D:** $R^4$     **F:** $Z^3$     **H:** $C^2$

   Resposta: opção E

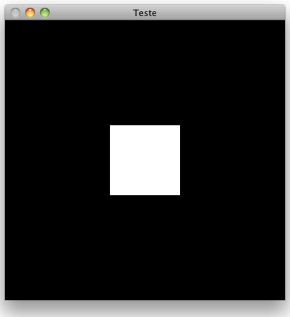
2. **[3.0v]** Indique qual dos *screenshots* ilustrados na página seguinte corresponde ao programa OpenGL apresentado abaixo.

   (escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

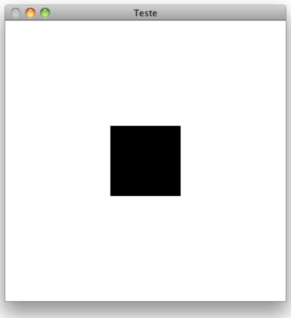
```
int main(int argc, char *argv[])
{
    glutInit(&argc, argv);
    glutInitDisplayMode(GLUT_SINGLE | GLUT_RGB);
    glutInitWindowSize (400, 400);
    glutInitWindowPosition (-1, -1);
    glutCreateWindow("Teste");
    glutDisplayFunc(myDisplay);
    glutReshapeFunc(myReshape);
    glutMainLoop();
}
void myReshape(GLsizei w, GLsizei h)
{
    glViewport(0, 0, w, h);
    glMatrixMode(GL_PROJECTION);
    glLoadIdentity();
    glOrtho(-2.0f, 2.0f, -2.0f, 2.0f, -2.0f, 2.0f);
    glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
    glLoadIdentity();
}
void myDisplay(void)
{
    glClearColor(1.0f, 1.0f, 1.0f, 0.0f);
    glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT);
    glColor3f(0.0f, 0.0f, 0.0f);
    glBegin(GL_POLYGON);
    glVertex3f(-1.0f, -1.0f, 0.0f);
    glVertex3f(1.0f, -1.0f, 0.0f);
    glVertex3f(1.0f, 1.0f, 0.0f);
    glVertex3f(-1.0f, 1.0f, 0.0f);
    glEnd();
    glFlush();
}
```

**A:**

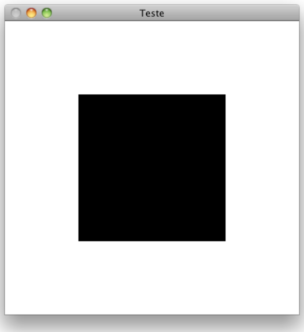

**B:**



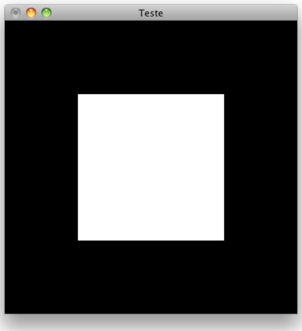

**C:**



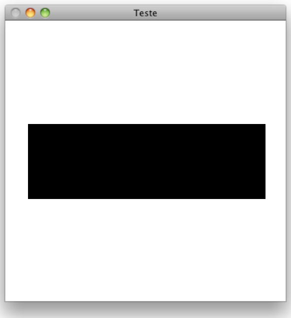

**D:**




**E:**




**F:**




Resposta: imagem D.

**3.** **[2.0v]** Calcule a normal à superfície especificada pelo código OpenGL abaixo

```
glBegin(GL_TRIANGLE);
glVertex(0.0, 0.0, 0.0); // V0
glVertex(2.0, 1.0, 1.0); // V1
glVertex(2.0, 0.0, 0.0); // V2
glEnd();
```

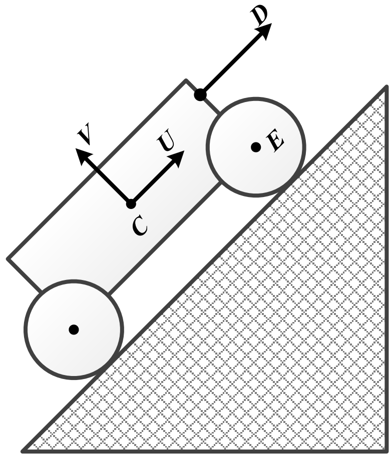
$$a = V_1 - V_0 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \qquad b = V_2 - V_0 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$a \times b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\|a \times b\| = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$n = \frac{a \times b}{\|a \times b\|} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

4. **[3.0v]** Considere que está a cena 2D abaixo representada, onde a posição e direcção de um carro são dadas pelo ponto P e pelo vector D, respectivamente.




Indique as coordenadas do eixo da roda da frente, $\boldsymbol{E_{WCS}}$, em $\boldsymbol{WCS}$, sabendo que :

Centro do carro: $C_{WCS} = [2,2]^T$

Direcção do carro: $D_{WCS} = [1,1]^T$

Coordenadas do eixo da roda da frente no referencial do carro: $E_{UV} = \left[\sqrt{2}, -{}^{\sqrt{2}}/_{2}\right]^T$

Resolução por mudança de referencial:

$$U = \frac{D}{\|D\|} \Rightarrow U = \left[{}^{1}/_{\sqrt{2}}, {}^{1}/_{\sqrt{2}}\right]^T$$

$$U \cdot V = 0 \Rightarrow U_x V_x + U_y V_y = 0 \Leftrightarrow V_x = -V_y$$

$$\|V\| = 1 \Rightarrow {V_x}^2 + {V_y}^2 = 1 \Leftrightarrow {V_x}^2 + {V_y}^2 = 1 \Leftrightarrow {V_x}^2 + (-V_x)^2 = 1 \Leftrightarrow V_x = \pm {}^{1}/_{\sqrt{2}}$$

Da análise da imagem, conclui-se que $V = \left[-{}^{1}/_{\sqrt{2}}, {}^{1}/_{\sqrt{2}}\right]^T$

$$M_{UV \to WCS} = \begin{bmatrix} {}^{1}/_{\sqrt{2}} & -{}^{1}/_{\sqrt{2}} & 2 \\ {}^{1}/_{\sqrt{2}} & {}^{1}/_{\sqrt{2}} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_{WCS} = \begin{bmatrix} {}^{1}/_{\sqrt{2}} & -{}^{1}/_{\sqrt{2}} & 2 \\ {}^{1}/_{\sqrt{2}} & {}^{1}/_{\sqrt{2}} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ -{}^{\sqrt{2}}/_{2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.5 \\ 2.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Resolução por composição de transformações:

O referencial local está orientado a +45° ($D_x = D_y$) do referencial do mundo. Para alinhá-lo com o referencial do mundo há que rodá-lo -45°, o que equivale a rodar os objectos de +45° no referencial. Segue-se a translação para a origem do referencial do mundo. As matrizes destas transformações são:

$$M_r = \begin{bmatrix} \cos 45 & -sen\ 45 & 0 \\ sen\ 45 & \cos 45 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A transformação composta será:

$$M = M_t \times M_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos 45 & -sen\ 45 & 0 \\ sen\ 45 & \cos 45 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 45 & -sen\ 45 & 0 \\ sen\ 45 & \cos 45 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 2 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Aplicando esta transformação ao ponto teremos:

$$E_{WCS} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 2 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \times 2 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \times 2 \\ 0 \times 2 + 0 \times 2 + 1 \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{2} + \frac{2}{4} + 2 \\ \frac{2}{2} - \frac{2}{4} + 2 \\ 0 + 0 + 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 + 0{,}5 + 2 \\ 1 - 0{,}5 + 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3{,}5 \\ 2{,}5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. **[2.0]** Considere a seguinte transformação descrita no espaço cartesiano:

```
X' = x - 2
Y' = y - 5
Z' = z + 8
```

**a)** Identifique o tipo de transformação.
(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

**A:** Projecção  **C:** Escala  **E:** Translação
**B:** Rotação  **D:**Visualização  **F:** Normalização

Resposta: transformação E

**b)** Determine a matriz correspondente em coordenadas homogéneas.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**6.** **[4.0v]** Analise o seguinte excerto de código em OpenGL.

```
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
glLoadIdentity();
:
:
void display() {
         glTranslatef (0.0, 0.0, -2.0);  /* Transformação T1 */
         glPushMatrix();
              glRotate(90, 0.0, 0.0, 1.0);  /* Transformação R1 */
              drawObject (Obj1);
              glPushMatrix();
                     glScalef(2.0, 1.0, 1.0);  /* Transformação S1 */
                     drawObject (Obj2);
              glPopMatrix();
              glTranslatef (0.0, 0.0, -2.0);  /* Transformação T2 */
              drawObject (Obj3);
       glPopMatrix();
       drawObject (Obj4);
       glFlush();
}
```

Considere as seguintes transformações compostas:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **m1**= T2 S1 R1 T1 | **m4** = R1 S1 | **m7** = T1 R1 S1 | **m10** = R1 |
| **m2**= T1 | **m5**= T1 R1 T2 | **m8** = T2 S1 | **m11** = T2 S1 R1 |
| **m3** = T2 S1 | **m6**= T1 R1 | **m9** = Identidade | |

**a)** Ao executar o código acima, indique qual a transformação composta que afecta o objecto **Obj3**.
(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

Resposta: transformação m5

**b)** Ao executar o código acima, indique qual a transformação composta que afecta o objecto **Obj4**.
(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

Resposta: transformação m2

7. **[2.0v]** Dada a seguinte sequência desordenada de instruções de um programa em OpenGL:

```
1. glutSolidSphere( 1., 10, 15);
2. glTranslated( 50., 25. -10.);
3. glScaled( 2.5, 1., 1.);
4. glRotated( 50., 0., 1., 0.);
```

**a)** Indique se tem que retirar ou adicionar alguma instrução ao conjunto acima para desenhar uma bola de Rugby cujo eixo maior é 2.5 vezes o eixo menor, está inclinada de 50° sobre o plano x, z e localizada em [50,25,-10].

Resposta: as instruções são suficientes, nada falta ou está a mais

**b)** Apresente a sequência correcta de instruções para obter a bola de Rugby na posição, atitude e dimensões da alínea anterior, não esquecendo as instruções que tiver adicionado ou retirado.

Resposta: 2, 4, 3, 1

8. **[3.0v]** Considere uma transformação composta em 2D constando de uma rotação de +90° seguida de uma escala de 3 em x e -1 em y.

**a)** Apresente as matrizes homogéneas correspondentes às duas transformações elementares.

$$M_r = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0 \\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_s = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**b)** Calcule a matriz homogénea da transformação composta.

$$M = M_s \times M_r = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**c)** Explique se a execução das duas transformações elementares pela ordem inversa produziria o mesmo resultado.

Como a multiplicação de matrizes não é comutativa, a execução das transformações pela ordem inversa (escala primeiro seguida da rotação) não produziria o mesmo resultado. Com efeito:

$$M = M_r \times M_s = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$