



INSTITUTO
SUPERIOR
TÉCNICO

Computação Gráfica

Licenciatura em Engenharia Informática e de Computadores
Alameda / Taguspark

Teste Repescagem
06 de Junho de 2012

O teste tem a duração de **1h00**, tolerância incluída. Responda às questões **unicamente** nestas duas primeiras páginas. Só esta primeira folha deverá ser entregue, e como tal, será a única avaliada. **Identifique-a, indicando a versão!** Durante o teste apenas é permitido o uso de caneta e de folhas para rascunho em branco. Não é permitido o uso de calculadoras, telemóveis ou outros dispositivos móveis. Uma resposta errada nas perguntas de escolha múltipla desconta 1/3 da cotação da respectiva questão.

NÃO ESQUECER! 

Respostas:

Versão: _____

+++ PRIMEIRO TESTE +++ +++ PRIMEIRO TESTE +++ +++ PRIMEIRO TESTE+++

1. a) [1.0v] _____ 1. b) [1.0v] _____ 1. c) [2.0v] _____ 2. [2.0v] _____

3. [2.0v] $P_{WCS} = [\text{_____} \text{_____}]^T$ 4. [1.0v] _____

5. a) [1.0v] _____

5. b) [2.0v]

6. a) [2.0v] _____ 6. b) [2.0v] _____

7. [2.0v] _____ 8. [2.0v] _____

+++ PRIMEIRO TESTE +++ +++ PRIMEIRO TESTE +++ +++ PRIMEIRO TESTE+++

Identificação do Aluno

Nome:

Número:

NÃO ESQUECER!



Versão: _____

Respostas:

+++ SEGUNDO TESTE +++ +++ SEGUNDO TESTE +++ +++ SEGUNDO TESTE+++

9. a) [1.0v] _____ 9. b) [1.5v] $\theta =$ _____ 9. c) [1.5v] $I =$ _____

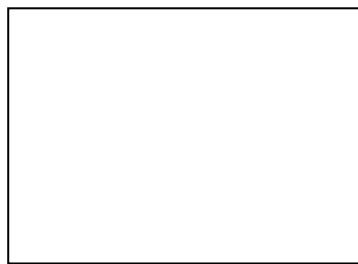
10. [2.0v]

n	V	Face não visível	Face visível
[0; 0; -1]	[0,8;0,2; 0]		
[1; 1,5; 1]	[0,8;0,2; -1]		

11. [2.0v] _____ 12. a) [1.0v] _____

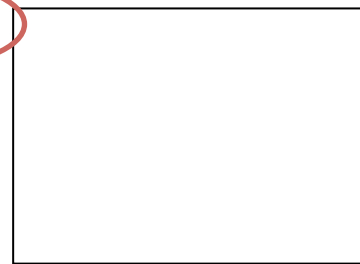
12. b) [1.0v]

$T_1 =$



12. c) [1.0v]

$T_2 =$

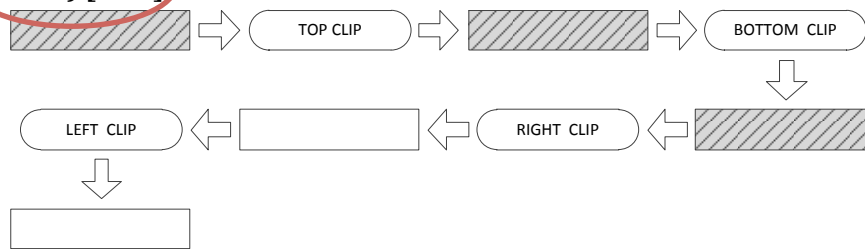


13. a) [1.0v] _____ 13. b) [2.0v] VRP = [_____]^T

13. c) [1.0v] VPN = [_____]^T 13. d) [1.0v] _____

14. a) [0.5v] OC_A: _____ OC_B: _____ OC_C: _____

14. b) [1.0v]



15. a) [0.5v] $F =$ _____ $B =$ _____ $RA =$ _____

15. b) [1.0v] OC: _____ 15. c) [1.0v] _____

+++ SEGUNDO TESTE +++ +++ SEGUNDO TESTE +++ +++ SEGUNDO TESTE+++

Identificação do Aluno

Nome:

Número:

NÃO ESQUECER! 

Versão: _____

Respostas:

+++ TERCEIRO TESTE +++ +++ TERCEIRO TESTE +++ +++ TERCEIRO TESTE+++

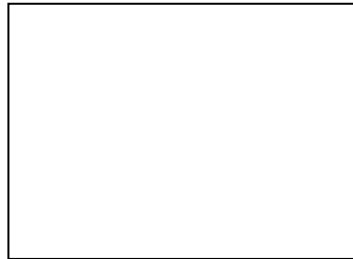
15. d) [1.0v]



15. e) [1.5v] _____

16. a) [1.0v] _____

16. b) [2.0v]



16. c) [1.0v] [_____]^T

17. a) [2.0v] _____ 17. b) [1.0v] _____ 17. c) [1.0v] _____

18. a) [1.5v]

Z-Buffer

18. b) [1.5v] ReadZ(1,1) = _____ ReadZ(2,2) = _____

19. a) [1.0v] _____ 19. b) [1.0v] _____ 19. c) [1.0v] _____

20. a) [1.0v] _____ 20. b) [1.0v] _____

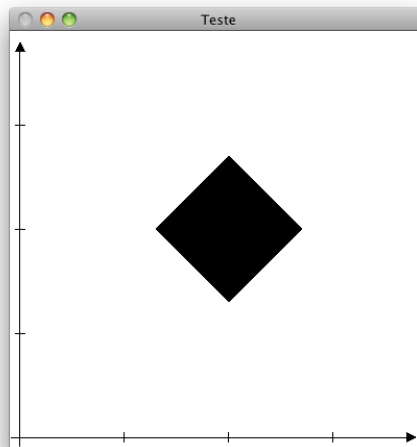
20. c) [1.5v] Reflectidos = _____ Refractados = _____

+++ TERCEIRO TESTE +++ +++ TERCEIRO TESTE +++ +++ TERCEIRO TESTE+++

Identificação do Aluno	
Nome:	Número:

+++ PRIMEIRO TESTE +++ +++ PRIMEIRO TESTE +++ +++ PRIMEIRO TESTE+++

1. [4.0v] Considere a seguinte projecção ortogonal no plano XoY.



- a) [1.0v] Indique qual das seguintes sequências de código OpenGL permite produzir o resultado esperado.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

A:

```
glTranslatef(2.0f, 2.0f, 0.0f);  
glRotatef(45.0f, 0.0f, 0.0f, 1.0f);  
glutSolidCube(2.0f);
```

B:

```
glTranslatef(2.0f, 0.0f, 2.0f);  
glRotatef(45.0f, 0.0f, 0.0f, 1.0f);  
glutSolidCube(1.0f);
```

C:

```
glTranslatef(2.0f, 2.0f, 0.0f);  
glRotatef(45.0f, 0.0f, 0.0f, 1.0f);  
glScalef(2.0f, 2.0f, 2.0f);  
glutSolidCube(0.5f);
```

D:

```
glTranslatef(2.0f, 2.0f, 0.0f);  
glRotatef(45.0f, 0.0f, 1.0f, 0.0f);  
glutSolidCube(1.0f);
```

E: Nenhuma das anteriores.

Resposta: C

- b) [1.0v] Indique qual das seguintes sequências de código OpenGL deveria ser acrescentada **antes** da sequência da **alínea a** por forma a duplicar o tamanho do objecto.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

A:

```
glTranslatef(2.0f, 2.0f, 0.0f);  
glScalef(2.0f, 2.0f, 2.0f);  
glTranslatef(-2.0f, -2.0f, 0.0f);
```

B:

```
glScalef(2.0f, 2.0f, 2.0f);
```

C:

```
glPushMatrix();  
glScalef(2.0f, 2.0f, 2.0f);  
glPopMatrix();
```

D:

```
glScalef(0.5f, 0.5f, 0.5f);
```

E: Nenhuma das anteriores.

Resposta: A

- c) [2.0v] Qual seria o resultado se fosse acrescentada a instrução `glRotate(45.0f, 0.0f, 0.0f, 1.0f);` **no final** da sequência da **alínea a**?

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

A: O cubo rodaria 45 graus em XX sobre o seu centro.

B: O cubo rodaria 45 graus em ZZ sobre a origem do referencial.

C: O cubo ficaria igual.

D: O cubo rodaria 45 graus em ZZ sobre o seu centro.

E: O cubo ficaria virado ao contrário.

Resposta: C

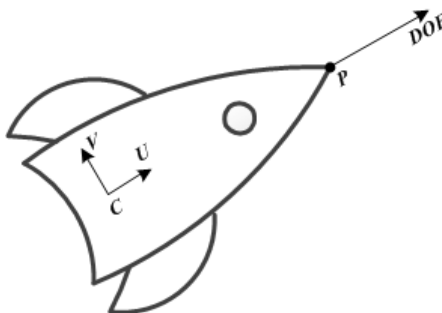
2. [2.0v] Diga qual das seguintes vectores corresponde ao ponto P dado pelas coordenadas homogéneas $P_h = [2 \ 4 \ 6 \ 2]^T$.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

- A: $P_{3D} = [2 \ 4 \ 6]^T$ C: $P_{2D} = [2 \ 4]^T$ E: Nenhum dos anteriores
 B: $P_{3D} = [1 \ 2 \ 3]^T$ D: $P_{2D} = [1 \ 2]^T$

Resposta: Opção B

3. [2.0v] Considere a cena 2D abaixo representada, onde a posição e direcção de um foguetão são dadas pelo ponto C e pelo vector DOF, respectivamente.



Indique as coordenadas do nariz do foguetão, P_{WCS} , em WCS , sabendo que:

Centro do foguetão: $C_{WCS} = [0, 1]^T$

Direcção de voo: $DOF_{WCS} = [\sqrt{3}, 1]^T$

Coordenadas do nariz no referencial do foguetão: $P_{UV} = [2, 0]^T$

Resolução por mudança de referencial:

$$U = \frac{DOF}{\|DOF\|} \Rightarrow U = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right]^T$$

$$U \cdot V = 0 \Rightarrow U_x V_x + U_y V_y = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} V_x = -\frac{1}{2} V_y \Leftrightarrow V_y = -\sqrt{3} V_x$$

$$\|V\| = 1 \Rightarrow V_x^2 + V_y^2 = 1 \Leftrightarrow V_x^2 + 3V_x^2 = 1 \Leftrightarrow 4V_x^2 = 1 \Leftrightarrow V_x = \pm \frac{1}{2}$$

Da análise da imagem, conclui-se que $V = \left[-\frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \right]^T$

$$M_{UV \rightarrow WCS} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_{WCS} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Resolução por composição de transformações:

O referencial local está orientado a $+30^\circ$ ($DOF_x/2 = \sqrt{3}/2$ e $DOF_y/2 = 1/2$) do referencial do mundo. Para alinhá-lo com o referencial do mundo há que rodá-lo -30° , o que equivale a rodar os objectos de $+30^\circ$ no referencial. Segue-se a translacção para a origem do referencial do mundo. As matrizes destas transformações são:

$$M_r = \begin{bmatrix} \cos 30 & -\text{sen } 30 & 0 \\ \text{sen } 30 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A transformação composta será:

$$\begin{aligned} M &= M_t \times M_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos 30 & -\text{sen } 30 & 0 \\ \text{sen } 30 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 30 & -\text{sen } 30 & 0 \\ \text{sen } 30 & \cos 30 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Aplicando esta transformação ao ponto teremos:

$$E_{wcs} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. [1.0v] Considere o vector \mathbf{v} que passa pelos pontos $(-2, 2, 2)$ e $(-2, 3, -2)$. Calcule as componentes do vector \mathbf{v} em coordenadas homogéneas.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

A: $[0 \ 1 \ -4 \ 1]$

C: $[-2 \ 3 \ -2 \ 0]$

E: $[-2 \ 2 \ 2 \ 2]$

B: $[-2 \ 2 \ 2 \ 1]$

D: $[0 \ 1 \ -4 \ 0]$

F: *Nenhuma*

Resposta: D

5. [3.0v] Considere a seguinte transformação descrita no espaço cartesiano:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= \mathbf{x} \\ \mathbf{y}' &= 2\mathbf{y} \\ \mathbf{z}' &= -\mathbf{z} \end{aligned}$$

- a) [1.0v] Identifique o tipo de transformação.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

A: Projecção

C: Escala

E: Translação

B: Rotação

D: Visualização

F: Normalização

Resposta: C

b) [2.0v] Determine a matriz correspondente em coordenadas homogéneas.

c)

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6. [4.0v] Analise o seguinte excerto de código em OpenGL.

```
glMatrixMode (GL_MODELVIEW);
glLoadIdentity ();
glPushMatrix ();
    glRotate (45, 0.0, 0.0, 1.0); /* Transformação T1 */
    drawObject (Obj1);
    glPushMatrix ();
        glRotate (90, 0.0, 0.0, 1.0); /* Transformação T2 */
        drawObject (Obj2);
    glPopMatrix ();
    glScalef (-3.0, 1.0, 1.0); /* Transformação T3 */
    drawObject (Obj3);
glPopMatrix ();
drawObject (Obj4);
glFlush ();
```

Considere as seguintes transformações compostas:

m1= T1 T2 T3

m4 = T1 T3

m7 = T3 T1

m2= T1

m5= Identidade

m8 = T2 T1

m3 = T2 T3

m6= T3 T2

a) [2.0v] Ao executar o código acima, indique qual a transformação composta que afecta o objecto **Obj3**.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

Resposta: m4

b) [2.0v] Ao executar o código acima, indique qual a transformação composta que afecta o objecto **Obj4**.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

Resposta: m5

7. [2.0 v] Uma transformação composta em 2D consiste numa rotação de +45°, uma escala de 3 em X e -3 em Y e, finalmente, uma rotação de +45°.

Indique qual das seguintes matrizes corresponde à matriz homogénea desta transformação composta.

$$\mathbf{A}: \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}: \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}: \begin{bmatrix} 3\sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & -3\sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}: \begin{bmatrix} 0 & 3\sqrt{2}/2 & 0 \\ -3\sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{E}: \begin{bmatrix} 0 & -3\sqrt{2}/2 & 0 \\ -3\sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Resposta: **A**

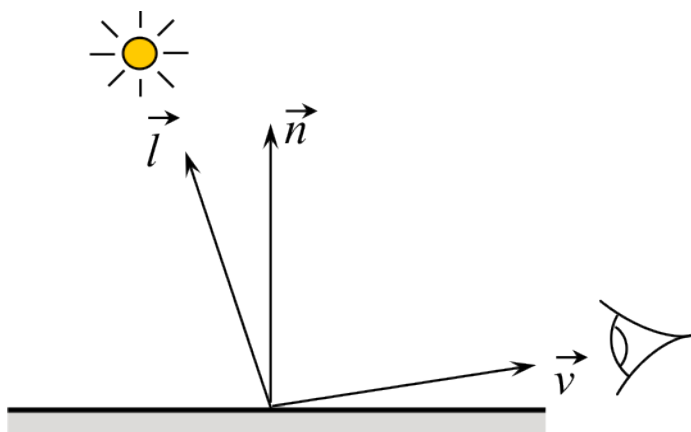
8. [2.0v] Do conjunto de instruções OpenGL abaixo retire e ordene as instruções necessárias e suficientes para modelar um objecto paralelepípedo em que a largura da base é metade do comprimento da mesma e esta é um quarto da altura do paralelepípedo que vale 10 unidades em coordenadas do mundo, centrando-o no ponto [10, -25, -10] e orientando a sua maior dimensão segundo o eixo dos YY. NB - Seleccione apenas as instruções minimamente necessárias para o efeito.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| A glPopMatrix(); | H glScale(-0.25, 1., -0.125); |
| B glutSolidCube(10.); | I glScale(10., 2.5, 1.25); |
| C glutSolidCube(1.); | J glScale(1.25, 10., 2.5); |
| D glLoadIdentity(); | K glRotatef(90., 1., 0., 0.); |
| E glutSolidCube(1.25); | L glRotatef(90., 0., 1., 0.); |
| F glTranslatef(-10., 25., 10.); | M glRotatef(90., 0., 0., 1.); |
| G glTranslatef(10., -25., -10.); | N glPushMatrix(); |

Resposta: **G J C** (em alternativa, mais extensa, **DGJC** ou **NDGJCA**)

+++ SEGUNDO TESTE +++ +++ SEGUNDO TESTE +++ +++ SEGUNDO TESTE+++

9. [4.0V] Considere a cena ilustrada na figura abaixo, com uma fonte de luz e uma superfície plana.



Nesta cena, a fonte de luz faz um ângulo com a superfície de 75° e o observador olha para a superfície segundo um ângulo de 15° . As características de iluminação e de reflexão são descritas pelas seguintes funções e inicializações em OpenGL:

```

GLfloat ambient[] = { 0.1, 0.1, 0.1, 1.0 };
GLfloat diffuse[] = { 1.0, 1.0, 1.0, 1.0 };
GLfloat specular[] = { 1.0, 1.0, 1.0, 1.0 };
GLfloat mat_ambient[] = { 0.2, 0.0, 0.0, 1.0 };
GLfloat mat_diffuse[] = { 1.0, 0.0, 0.0, 1.0 };
GLfloat mat_specular[] = { 1.0, 1.0, 1.0, 1.0 };

glLightfv(GL_LIGHT0, GL_AMBIENT, ambient);
glLightfv(GL_LIGHT0, GL_DIFFUSE, diffuse);
glLightfv(GL_LIGHT0, GL_SPECULAR, specular);
glMaterialfv(GL_FRONT_AND_BACK, GL_AMBIENT, mat_ambient);
glMaterialfv(GL_FRONT_AND_BACK, GL_DIFFUSE, mat_diffuse);
glMaterialfv(GL_FRONT_AND_BACK, GL_SPECULAR, mat_specular);
glMaterialfv(GL_FRONT, GL_SHININESS, 1.0);

```

- a) [1.0v] Como caracterizaria o material da superfície?
(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

- A: Material vermelho sem brilho.
- B: Material branco com brilho.
- C: Material verde sem brilho.
- D: Material vermelho com brilho.
- E: Material azul com brilho.

Resposta: D

- b) [1.5v] Calcule, de acordo com a aproximação de **Blinn**, o valor do ângulo entre o halfway vector e o vector normal à superfície (n).

Resposta: 30°

- c) [1.5v] Calcule a cor do ponto da superfície para onde o observador está a olhar segundo o modelo de reflexão de **Blinn-Phong**.

Resposta:

$$R = 0.1 \cdot 0.2 + 1.0 \cdot 1.0 \cdot \cos(15^\circ) + 1.0 \cdot 1.0 \cdot \cos(30^\circ)^1 = 0.02 + 0.97 + 0.87 = 1.86$$

$$G = 0.0 + 0.0 + 1.0 \cdot 1.0 \cdot \cos(30^\circ)^1 = 0.87$$

$$B = 0.0 + 0.0 + 1.0 \cdot 1.0 \cdot \cos(30^\circ)^1 = 0.87$$

10. [2.0v] Dados os vectores de visualização (v) e as normais a faces (n) em coordenadas do mundo que se seguem, indique quais as faces visíveis e quais as faces não visíveis. (escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

n	v	Não visível	Visível
[0; 0; -1]	[0,8;0,2; 0]		X
[1; 1,5; 1]	[0,8;0,2; -1]	X	

11. [2.0v] O algoritmo de back-face culling remove todas as faces

- A: traseiras
- B: traseiras e de topo
- C: frontais
- D: não visíveis
- E: frontais não visíveis

Resposta: A

12. [3.0v] Assuma que a matriz GL_PROJECTION foi inicializada com a matriz identidade. De seguida, introduziu-se o comando:

```
glOrtho(-4.0, 4.0, -3.0, 3.0, 10, 100);
```

Considere que o comando `glOrtho()` usa um referencial da câmara em que o plano *near* situa-se em $z=10$ e o plano *far* em $z=100$. Uma das transformações realizadas internamente pelo OpenGL é a transformação de normalização. Para a resolução deste exercício, considere que o volume de visualização canónico ortogonal tem como limites $-1 \leq x, y \leq 1$ e $0 \leq z \leq 1$. Assim, neste caso particular, a transformação de normalização consiste num produto de duas transformações geométricas, $T_{\text{norm}} = T_2 * T_1$

- a) **[1.0v]** Seleccione a opção correcta que identifica o tipo das duas transformações geométricas.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

- A: T1 é uma Translação; T2 é uma Escala
 B: T1 é uma Escala; T2 é uma Escala
 C: T1 é uma Translação; T2 é uma Translação
 D: T1 é uma Escala; T2 é uma Translação
 E: Nenhuma das anteriores

Resposta: A

- b) **[1.0v]** Calcule a matriz correspondente à transformação T₁.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- c) **[1.0v]** Calcule a matriz correspondente à transformação T₂.

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/(100-10) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

13. **[4.0v]** Assuma que a matriz GL_MODELVIEW foi inicializada com a matriz identidade. De seguida, no processo de estabelecimento da câmara virtual, introduziu-se o comando:

```
gluLookAt(eyex, eyey, eyez, -2.0, 2.0, -2.0, 0.0, -1.0, 0.0);
```

Após a execução deste comando, sabemos que o conteúdo da matriz

GL_MODELVIEW resulta do produto de duas transformações geométricas T₁ * T₂.

- a) **[1.0v]** Seleccione a opção correcta que identifica o tipo das duas transformações geométricas.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

- A: T1 é uma Translação; T2 é uma Escala

- B:** T1 é uma Rotação; T2 é uma Escala
C: T1 é uma Rotação; T2 é uma Translação
D: T1 é uma Translação; T2 é uma Rotação
E: Nenhuma das anteriores

Resposta: C

- b) [2.0v]** Calcule a posição da câmara virtual (os três primeiros argumentos da função `gluLookAt`), sabendo que uma destas transformações é representada pela seguinte matriz:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

translação de um vector de deslocamento de $[-VRP_x \ -VRP_y \ -VRP_z]$
 logo VRP $(-1 \ 2 \ -2)$

- c) [1.0v]** Indique a normal ao plano de visualização (view plane normal).

VPN = $[-1 \ 0 \ 0]$

- d) [1.0v]** Seleccione a matriz que representa a outra transformação geométrica.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

E = Nenhuma das anteriores

Para a rotação basta calcular os versores u , v e n .

VPN = $n = [-1 \ 0 \ 0]$

View-up $[0 \ -1 \ 0]$ $\Rightarrow v' = [0 \ -1 \ 0]$ e é ortogonal com n logo $v = v'$

$u = n \times v$.

$u = [0 \ 0 \ 1]$

A matriz de rotação é dada em termos de linhas, respectivamente, pelas componentes dos versores u, v e $-n$.

Assim a resposta correcta é **D**

14. [1.5v] Considere o triângulo $T=\{A,B,C\}$, com $A=[12 \ 6]^T$, $B=[11 \ 1]^T$ e $C=[1 \ 6]^T$, e o rectângulo de recorte limitado por $x_{min}=y_{min}=0$ e $x_{max}=y_{max}=10$.

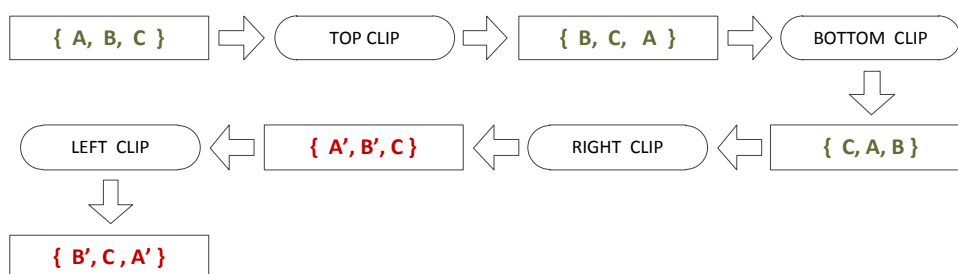
a) [0.5v] De acordo com o algoritmo de Cohen-Sutherland, indique os outcodes associados aos três vértices (ordem dos bits: $y_{max} \ y_{min} \ x_{max} \ x_{min}$).

OC_A : 0 0 1 0

OC_B : 0 0 1 0

OC_C : 0 0 0 0

b) [1.0v] Indique o conteúdo da lista de vértices à entrada e saída do último passo do algoritmo de Sutherland-Hodgman aplicado ao triângulo T (siga a ordem de recorte fornecida na folha de respostas).



15. [2.5v] Considere o seguinte trecho de código OpenGL:

```
(...)
glViewport(0, 0, 800, 600);
glMatrixMode(GL_PROJECTION);
glLoadIdentity();
glOrtho(-20.0f, 20.0f, -10.0f, 10.0f, -5.0f, 5.0f);
glColor3f(1.0f, 1.0f, 1.0f);
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
glLoadIdentity();
glRotatef(90.0f, 0.0f, 0.0f, 1.0f);
glBegin(GL_TRIANGLES); // T
glVertex3f(5.0f, -10.0f, 0.0f); // A
glVertex3f(5.0f, 30.0f, 0.0f); // B
glVertex3f(20.0f, 10.0f, 0.0f); // C
glEnd();
glScale(0.1f, 0.1f, 1.0f);
(...)
```

a) [0.5v] Indique os valores dos parâmetros F, B e RA da câmara virtual simples definida neste código.

$F = -5.0$

$B = 5.0$

$RA = 2.0$

b) [1.0v] Usando o volume de visualização estabelecido pelo comando `glOrtho`, indique o outcode do vértice B, de acordo com o algoritmo de Cohen-Sutherland (ordem dos bits: Z_{min} Z_{max} Y_{max} Y_{min} X_{max} X_{min}).

$$M_{projection} \cdot M_{modelview} = \begin{bmatrix} 0 & -1/20 & 0 & 0 \\ 1/10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/10 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{ClippingCoords} = \begin{bmatrix} 0 & -1/20 & 0 & 0 \\ 1/10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/10 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 30 \\ 0 \\ 1.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{ClippingCoords} = \begin{bmatrix} 0 & -1/20 & 0 & 0 \\ 1/10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/10 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \\ 0 \\ 1.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 2.0 \\ 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

OC_A: 000000

OC_B: 000001

OC_C: 001000

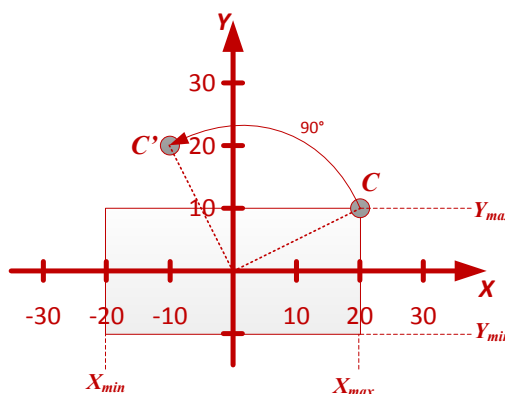
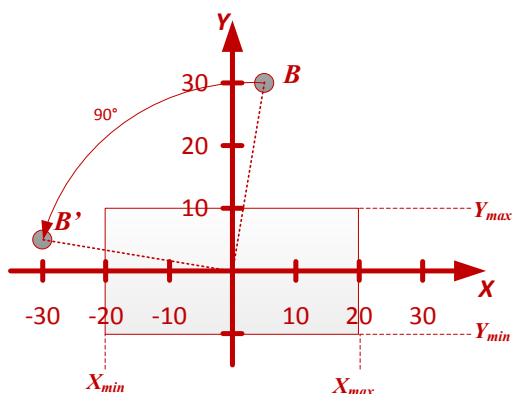
Em alternativa, quem compreendesse o código poderia fazer:

$$B = [5, 30, 0]^T \text{ e } C = [20, 10, 0]^T$$

$$B' = R_z(90) \cdot B = [-30, 5, 0] \text{ e } C' = R_z(90) \cdot C = [-10, 20, 0]$$

E depois comparar com limites do VV: $-20 < x < 20$, $-10 < y < 10$ e $-5 < z < 5$

:



OC_A: 000000

OC_B: 000001

OC_C: 001000

- c) [1.0v] Considerando apenas a primeira iteração do algoritmo de Cohen-Sutherland, indique qual das seguintes afirmações é verdadeira.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

- A:** Os três segmentos de recta são trivialmente rejeitados.
B: Os três segmentos de recta são trivialmente aceites.
C: Os três segmentos de recta são subdivididos.
D: Os segmentos AB e CA são subdivididos e o BC é trivialmente rejeitado
E: Nenhuma das afirmações acima é verdadeira

+++ TERCEIRO TESTE +++ +++ TERCEIRO TESTE +++ +++ TERCEIRO TESTE+++

15. [2.5v] (considere o trecho de código OpenGL da página anterior)

- d) [1.0v] Indique qual o conteúdo da matriz *projection* imediatamente antes da execução do comando `glBegin()`.

$$M_{projection} = \begin{bmatrix} 1/20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/10 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_{modelview} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- e) [1.5v] Indique o valor de *x*, em coordenadas de viewport, do vértice A do triângulo T desenhado com este código.

$$M_{projection} \cdot M_{modelview} = \begin{bmatrix} 0 & -1/20 & 0 & 0 \\ 1/10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/10 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{ClippingCoords} = \begin{bmatrix} 0 & -1/20 & 0 & 0 \\ 1/10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/10 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \\ 0 \\ 1.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x_A = (0.5 + 1) \frac{800}{2} + 0 = 600$$

$$y_A = (0.5 + 1) \frac{600}{2} + 0 = 450$$

16. [4.0v] Considere que pretende mapear uma janela de visualização 2D definida pelas coordenadas $X_{\min}=2$, $Y_{\min}=2$, $X_{\max}=10$ e $Y_{\max}=10$ num viewport definido pelas coordenadas $X_{\min}=20$, $Y_{\min}=20$, $X_{\max}=60$ e $Y_{\max}=40$.

- a) [1.0v] Sabendo que a transformação janela-viewport pode ser decomposta em três transformações geométricas elementares ($M=T_1*T_2*T_3$). Indique qual a matriz correspondente à transformação T_1 .

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 20 \\ 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 10 \\ 0 & 2.5 & 15 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

E= nenhuma das anteriores

$$T_1 = \text{Translação } (20, 20)$$

$$T_2 = \text{Escala}(40/8, 20/8) = \text{Escala } (5, 2.5)$$

$$T_3 = \text{Translação}(-2, -2)$$

$$T_1 = T(20,20) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 20 \\ 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = S(5,2.5) = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = T(-2, -2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- b) [2.0v] Escreva a matriz correspondente à transformação janela-viewport descrita acima.

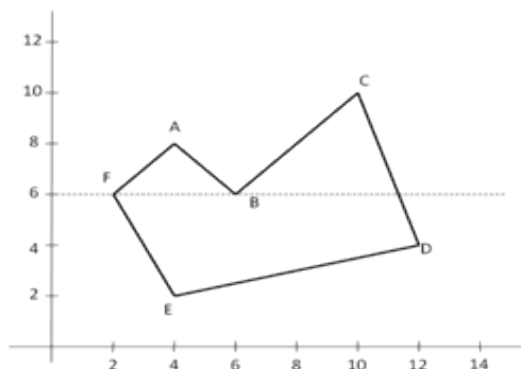
$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 20 \\ 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 10 \\ 0 & 2.5 & 15 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- c) [1.0v] Apresente as coordenadas viewport do ponto $P=[4 \ 8]^T$.

$$P_{\text{ViewportCoords}} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 10 \\ 0 & 2.5 & 15 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 35 \\ 1 \end{bmatrix}$$

17. [4.0v] Considere o seguinte polígono, que quer discretizar e preencher usando o algoritmo de scan-line:



- a) [2.0v] Qual o conteúdo da Tabela de Arestas Activas na linha 6? (basta indicar os nomes das arestas)

([FA], [AB], [BC], [DC]) Por esta ordem

- b) [1.0v] Selecciona abaixo a opção correcta que contempla quais os valores guardados na Tabela de Arestas para caracterizar a aresta [EF]?

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

- A: $Y_{max}=6, X = 4, 1/m = -1/2$
 B: $Y_{min}=2, Y_{max}=6, X_{min}=2, X_{max}=4$
 C: $Y_{min}=1, m = 3/4, X=1$
 D: $X_{min}=1, X_{max}=5; 1/m=1/2$
 E: Nenhuma das anteriores

Resposta: A

- c) [1.0v] Selecciona a opção correcta que indique quais os extremos do *span* na linha 6 (as menor e maior coordenadas x das quadrículas preenchidas na linha)? Recorde que o arredondamento é realizado para inteiros no interior do polígono.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

- A: 2 e 14
 B: 4 e 9
 C: 2 e 11
 D: 3 e 9
 E: Nenhuma das anteriores

Será entre a aresta [FA] e a aresta [DC]. Sabemos que o x de [FA] na linha 6 é 2. Para saber o x de [DC] na linha 6, temos que usar o incremento que vale $1/m = -2/6 = -1/3$. Como a aresta começa na linha 4, na linha 6 já subimos duas, pelo que temos que somar $2/m = -2/3$, tornando o x de [DC] na linha 6 = $12-2/3 \approx 11.33$. Como os valores são sempre arredondados para dentro dos polígonos, a resposta final é: C

18. [3.0v] Considere que a memória de profundidade para a execução do algoritmo z-buffer tem a resolução de 3×3 e que cada posição de memória tem 8 bits cujo valor é um inteiro positivo. As posições dessa memória são indexadas desde (0,0) (canto inferior esquerdo) até (2,2) (canto superior direito).

a) [1.5v] Indique qual o conteúdo (valor em base 10) das 9 posições da memória de profundidade antes da execução do processo de rasterização dos polígonos.

Todas as posições com o valor 255 que representa a maior profundidade (8 bits logo valores entre 0 e 255)

b) [1.5v] Considere a geração de fragmentos referente à rasterização dos polígonos A e B de acordo com a figura abaixo. Após a rasterização de ambos os polígonos A e B, indique qual o conteúdo das posições (1, 1) e (2,2) da memória de profundidade.

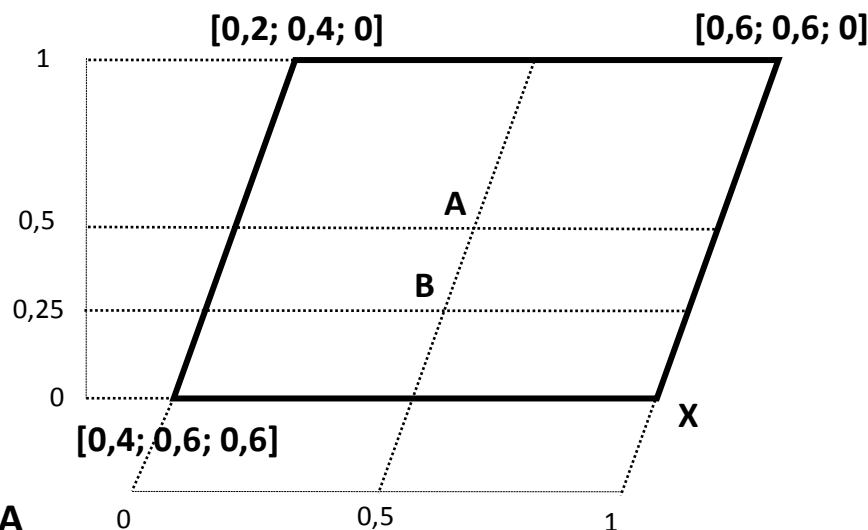
Polígono A		
90		
90	73	72
127	78	78

Polígono B		
70	85	
77	127	126

ReadZ(1,1)→73

ReadZ(2,2)→ 255

19. [3.0v] A figura seguinte representa uma faceta com a forma de um paralelogramo onde se encontram as intensidades de 3 dos vértices do paralelogramo. As intensidades do quarto vértice (X) e do ponto B não são conhecidas.



Versão A

- a) **[1.0v]** Determine a intensidades RGB do vértice X sabendo que foi empregue o sombreamento de Gouraud no preenchimento do paralelogramo e que a intensidade RGB no ponto A é [0,4; 0,5; 0,4].

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

	Vértice X
A	[0,2; 0,4; 0]
B	[0,4; 0,4; 0,2]
C	[0,4; 0,4; 1]
D	[0,6; 0,6; 0]
E	[0,3; 0,4; 0,15]

$$\text{Sejam } I_1=[0,2;0,4;0] \quad I_2=[0,6;0,6;0] \quad I_3=[0,4;0,6;0,6]$$

$$I_A = ((I_1 - I_3) \times 0,5 + I_3 + (I_2 - I_X) \times 0,5 + I_X) / 2$$

$$\begin{aligned} I_X &= 4I_A - I_1 - I_3 - I_2 = 4[0,4; 0,5; 0,4] - [0,2; 0,4; 0] - [0,4; 0,6; 0,6] - [0,6; 0,6; 0] \\ &= [1,6; 2,0; 1,6] - [1,2; 1,6; 0,6] \\ &= [0,4; 0,4; 1] \end{aligned}$$

Resposta: C

- b) **[1.0v]** Determine as intensidades RGB do vértice X e do ponto B sabendo que foi empregue o sombreamento constante (*flat shading*) que considera todos os vértices no preenchimento do paralelogramo e que a intensidade RGB no ponto A é [0,4; 0,5; 0,2].

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

	Vértice X	Ponto B
A	[0,4; 0,6; 0,6]	[0,4; 0,5; 0,6]
B	[0,4; 0,4; 0,2]	[0,4; 0,5; 0,2]
C	[0,4; 0,5; 0,2]	[0,4; 0,4; 0,2]
D	[0,4; 0,4; 2]	[0,4; 0,3; 0,2]
E	[0,4; 0,5; 0,2]	[0,3; 0,4; 0,15]

$$\text{Sejam } I_1=[0,2;0,4;0] \quad I_2=[0,6;0,6;0] \quad I_3=[0,4;0,6;0,6]$$

$$I_A = (I_1 + I_2 + I_3 + I_X) / 4$$

$$\begin{aligned} I_X &= 4I_A - I_1 - I_2 - I_3 = 4[0,4; 0,5; 0,2] - [0,2; 0,4; 0] - [0,6; 0,6; 0] - [0,4; 0,6; 0,6] = \\ &= [1,6; 2,0; 0,8] - [1,2; 1,6; 0,6] \\ &= [0,4; 0,4; 0,2] \end{aligned}$$

$$I_B = I_A = [0,4; 0,5; 0,2]$$

Resposta: B

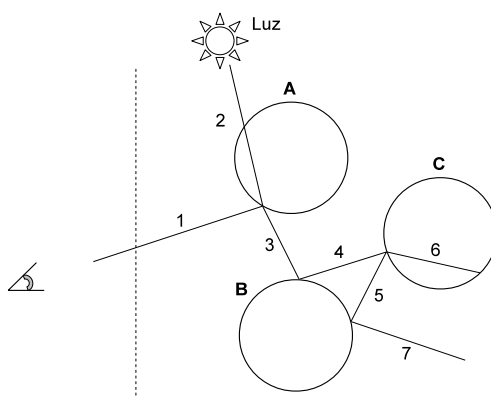
- c) **[1.0v]** Supondo o emprego do sombreamento de Phong, que a intensidade RGB no vértice X é [0,4; 0,6; 0,2] e que existe uma fonte de luz sobre o centro da faceta que ilumina este centro segundo uma direcção perpendicular à superfície, a intensidade RGB do ponto central da faceta é ...

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

- A:** ... inferior a todos os valores das intensidades dos vértices.
B: ... superior a todos os valores das intensidades dos vértices.
C: ... igual à média dos valores das intensidades dos vértices.
D: ... menor que a média dos valores das intensidades dos vértices.
E: ... nenhuma das anteriores.

Resposta: B

20. [3.0v] Considere o seguinte diagrama que representa os raios traçados por um Ray Tracer para um determinado pixel:



- a) [1.0v] Indique quais são os raios refletidos.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

- A:** 1, 3, 4 e 5
B: 2, 4, 5 e 7
C: 2, 3, 4 e 6
D: 3, 4, 5 e 7
E: 3, 5, 6 e 7

Resposta: D

- b) [1.0v] Classifique os materiais das esferas A e B.

(escolha múltipla: indique a opção correcta na página de respostas)

- A:** A esfera A é opaca e a B é translúcida.
B: Ambas as esferas são opacas.
C: Ambas as esferas são translúcidas.
D: A esfera A é translúcida e a B é opaca.
E: Não se pode concluir nada quanto aos materiais das esferas.

Resposta: B

- c) [1.5v] Se o limite máximo de intersecções for 5, quantos raios refletidos e refractados faltam no diagrama?

Resposta: 1 refletido e 1 refractado