



INSTITUTO  
SUPERIOR  
TÉCNICO

# Computação Gráfica

Licenciatura em Engenharia Informática e de Computadores  
Alameda/Taguspark

**1º Exame**  
29 Junho de 2010

O exame tem a duração de **2h30**, tolerância incluída. Responda às questões **unicamente** nestas duas primeiras folhas, justificando adequadamente as respostas de desenvolvimento. Só estas duas folhas deverão ser entregues, e como tal, serão as únicas avaliadas. As restantes folhas podem ser utilizadas como folhas de rascunho. Durante o exame apenas é permitido o uso de caneta. Não é permitido o uso de calculadoras, telemóveis ou folhas em branco para rascunho. Uma resposta errada nas perguntas de escolha múltipla desconta 1/2 da cotação da respectiva questão.

## Respostas:

1. a) [1.5v] \_\_\_\_\_ 1.b) [1.0v] \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. [1.0v] \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. a) [0.5v] \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. b) [1.0v] \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4. [0.5v] \_\_\_\_\_ 5. [1.0v] \_\_\_\_\_ 6. [0.5v] \_\_\_\_\_ 7. [0.5v] \_\_\_\_\_

8. a)  
[1.0v]

8. b)  
[1.0v]

## Identificação do Aluno

Número:

Nome:

9. [0.5v] VPN: \_\_\_\_\_

VRP: \_\_\_\_\_

VUV: \_\_\_\_\_

10. [1.0v] \_\_\_\_\_

11. a) [0.5v] 

--

11. b) [1.0v] 


11. c) [1.0v] 

--

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

11. d) [0.5v] \_\_\_\_\_

12. a) [1.0v] \_\_\_\_\_

12. b) [1.0v] \_\_\_\_\_

13. a) [1.0v] \_\_\_\_\_

13. b) [0.5v] \_\_\_\_\_

14. [1.0v] Topo: \_\_\_\_\_

15. a) [0.5v] \_\_\_\_\_

Direita: \_\_\_\_\_

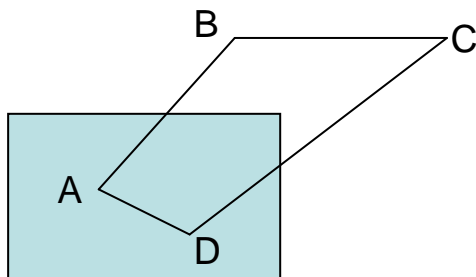
\_\_\_\_\_

Base: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Esquerda: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



15. b) [1.0v] 

--

Escreva as matrizes correspondentes às transformações elementares no verso

**Identificação do Aluno**

Número: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

1. [2.5v] No contexto OpenGL, escreveu a seguinte linha de código:

```
gluPerspective(90.0f, 1.5f, 20.0, 200.0);
```

**Notas:** Assinatura da função `gluPerspective`:

```
void gluPerspective(  Gldouble fovy,
                     Gldouble aspect,
                     Gldouble near,
                     Gldouble far)
```

$\text{tg}(30^\circ) = 0.577$        $\text{tg}(45^\circ) = 1$        $\text{tg}(60^\circ) = 1.732$

- a) Calcule as dimensões da janela de visualização do *frustum* (localizada no plano near).

O ângulo fornecido como primeiro argumento respeita a abertura vertical em graus. A relação existente entre a semi-altura e a distância à janela de visualização (definida pelo argumento near) é a tangente da semi-abertura vertical ou seja:

$\text{top} = \text{tg}(90/2) * 20$  e como  $\text{bottom} = -\text{top}$   
significa que a altura da janela vale  $40 * \text{tg}(45) = 40$ ;

Dado que a relação de aspecto é 1,5 temos que  $\text{right} = 1,5 * \text{top}$  e  $\text{left} = -\text{right}$ . Assim a largura da janela vale  $1,5 * 40 = 60$

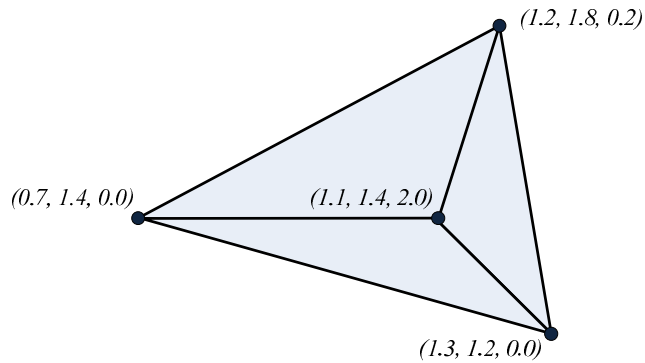
- b) Considere que vai definir uma janela gráfica para a sua aplicação com uma resolução horizontal de 800 quadrículas. Se pretender representar os objectos da cena sem distorção num *viewport* que ocupa a totalidade da janela gráfica, qual deverá ser a resolução vertical desta? Porquê?

$800/1,5 = 533,33$ . Ou seja manter o viewport com a mesma RA da janela de visualização

2. [1.0v] Considere as seguintes entidades geométricas 3D, expressas em coordenadas homogéneas:  $(3 \ -2 \ -2 \ 1)$  e  $(4 \ -2 \ -1 \ 0)$ . Qual delas utilizaria para caracterizar uma fonte de luz direccional. Justifique.

$(4 \ -2 \ -1 \ 0)$  porque se trata de um vector

3. [1.5v] Considere a malha poligonal representada na figura seguinte.



- a) Escreva a representação desta malha usando o método “Lista Explícita”.

$$M = \{ \{(1.1, 1.4, 2.0), (0.7, 1.4, 0.0), (1.2, 1.8, 0.2)\}, \{(1.1, 1.4, 2.0), (1.2, 1.8, 0.2), (1.3, 1.2, 0.0)\}, \{(1.1, 1.4, 2.0), (1.3, 1.2, 0.0), (0.7, 1.4, 0.0)\} \}$$

- b) Represente esta malha usando o método “Lista de Vértices”.

$$V = \{ (1.1, 1.4, 2.0), (1.2, 1.8, 0.2), (1.3, 1.2, 0.0), (0.7, 1.4, 0.0) \}$$

$$M = \{ \{1, 4, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 3, 4\} \}$$

4. [0.5v] Qual a profundidade da cor num buffer de 1024x768 quadrículas com três canais (R,G,B) e que permite 256 tonalidades em cada um destes?

24 bits

**Nota:**  $256^3 = 2^{24} = 16777216$  é o número de cores suportada no buffer referido, não a profundidade da cor.

5. [1.0v] Considere o pixel P, representado pelo triplo  $RGB(P) = \langle 0.5, 0.0, 1.0 \rangle$ . Indique a representação deste mesmo pixel no modelo CMY.

$$CMY(P) = \langle 0.5, 1.0, 0.0 \rangle$$

6. [0.5v] Qual o número máximo de cores permitido pelo mapa de cores no formato JPEG?

- A: 128  
 B: 256  
 C: 4096  
 D: 1667216  
 E: Não suporta mapa de cores

Opção E

7. [0.5v] Considerando a representação vectorial de uma imagem, indique qual das seguintes afirmações é verdadeira:

- A: É possível observar o efeito de *aliasing*;
- B: É armazenada na memória em forma de quadrículas;
- C: A quantidade de memória necessária para armazenar a imagem é independente da complexidade da cena;
- D: É uma representação contínua da cena;
- E: É particularmente adequada para representar imagens fotorealistas.

Opção D

8. [2.0v] Suponha que escreveu a seguinte linha de código, no contexto OpenGL:

```
gluLookAt(1.0,2.0,7.0,1.0,2.0,0.0,0.0,1.0,0.0);
```

Notas: Assinatura da função `gluLookAt`:

```
void gluLookAt( Gldouble eyex,  
                Gldouble eyey,  
                Gldouble eyez,  
                Gldouble centerx,  
                Gldouble centery,  
                Gldouble centerz,  
                Gldouble upx,  
                Gldouble upy,  
                Gldouble upz )
```

- a) Indique a matriz de translação em coordenadas homogéneas referente à transformação de visualização realizada internamente pelo *pipeline* OpenGL de modo a colocar os objectos da cena no referencial da câmara.
- b) Calcule a matriz de rotação em coordenadas homogéneas realizada internamente pelo *pipeline* OpenGL na transformação de visualização.

A transformação de visualização implica uma mudança de referencial do Mundo para o referencial da Câmara. Assim, em termos de mudança de referencial, esta transformação equivale a fazer coincidir o referencial da câmara com o referencial do Mundo. Isso implica efectuar uma translação seguida de uma rotação. A matriz de translação é definida pelo vector de translação  $[-VRPx \ -VRPy \ -VRPz]$ . A matriz de rotação é dada em termos de linhas, respectivamente, pelas componentes dos versores  $u, v$  e  $-n$ .

VRP (1º argumento) é o (1 2 7) e o observador está olhar para (1, 2, 0) (2º argumento) logo VPN [0 0 -7] => n [0 0 -1]

View-up [0 1 0] (3º argumento) => v [0 1 0] e portanto u [+1 0 0] (referencial mão esquerda:  $u = n \times v$ )

Internamente efectua-se uma translação seguida de uma rotação:

RESPOSTA:

$$\text{Translação} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Rotação} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

9. [0.5v] Considere o modelo de câmara virtual simples. Neste modelo, a câmara virtual é definida por um conjunto de parâmetros. Explique sucintamente qual a funcionalidade dos seguintes parâmetros da câmara: VPN, VRP e VUV.

VPN: Vector normal ao plano de visualização que indica a direcção para onde a câmara está a apontar.

VRP: Ponto em coordenadas do mundo que especifica a posição da câmara.

VUV: Vector ortogonal ao vector VPN que representa o “up” da câmara, indicando a rotação desta sobre VPN.

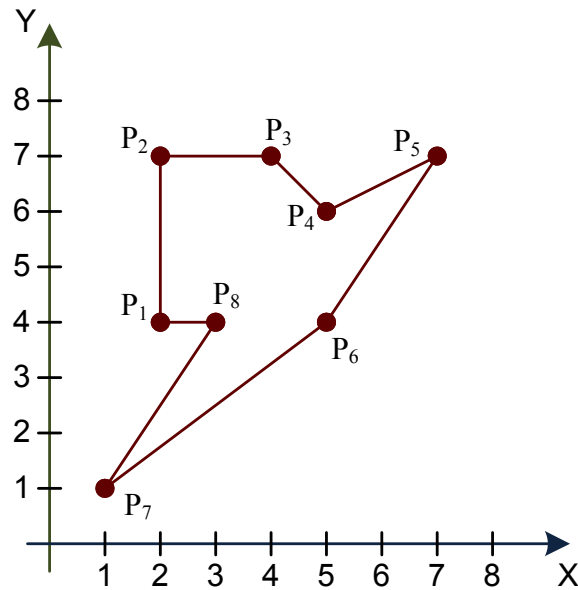
10. [1.0v] Considerando uma projecção ortogonal, indique qual a sequência de transformações correcta para transformar o volume de visualização correspondente no volume canónico ortogonal.

**Nota:** F é a distância ao plano anterior e B representa a distância ao plano posterior.

- A:  $N_{ort} = T(0,0,-F) \cdot S(1/w, 1/h, 1/B)$
- B:  $N_{ort} = T(0,0,-B) \cdot S(1/w, 1/h, 1/B-F)$
- C:  $N_{ort} = T(0,0,-B) \cdot S(1/h, 1/w, 1/F)$
- D:  $N_{ort} = T(0,0,-F) \cdot S(1/w, 1/h, 1/B-F)$
- E:  $N_{ort} = T(0,0,-B) \cdot S(1/h, 1/w, 1/B-F)$

Opção D

11. [3.0] Considere o seguinte polígono, que quer discretizar e preencher usando o algoritmo de *scan-line*:



- a) Qual o conteúdo da tabela de arestas activas na linha 2? (basta indicar os nomes das arestas)

$$AET = \{[P8, P7], [P7, P6]\}$$

- b) Quais os valores guardados na Tabela de Arestas para caracterizar a aresta [P7 P6]?

$$[4, 1, 4/3, \text{NULL}]$$

**Nota:** são pedidos os valores guardados na ET e não na AET, logo  $x$  é o  $x(y_{min})$ !

- c) Qual o conteúdo da Tabela de Arestas Activas na linha 4? Justifique.

$$AET = \{[P2, P1], [P6, P5]\}$$

A aresta [P1, P8] é horizontal, logo é descartada.

- d) Quais as menor e maior coordenadas  $x$  das quadrículas preenchidas na linha 3?

$$1 + 2/3 * 2 = 1 + 4/3 \Rightarrow 2 < 1 + 4/3 < 3$$

$$1 + 4/3 * 2 = 1 + 8/3 \Rightarrow 3 < 1 + 8/3 < 4$$

$$\text{Logo: } x_{\text{left}} = \text{ceil}(1 + 4/3) = 3; x_{\text{right}} = \text{floor}(1 + 8/3) = 3$$

**Nota:** As coordenadas das quadrículas são valores inteiros. Não existe a quadrícula 1,66!

**12. [2.0v]** Considere uma cena com 500 polígonos e uma fonte de luz a ser desenhada pelo método de *ray-tracing* num viewport com uma resolução de 800 por 600 quadrículas.

- a) Se não for empregue nenhuma técnica de optimização, determine o número máximo de testes de intersecção entre os objectos da cena e os raios primários que o algoritmo em questão poderia gerar para calcular a cor de uma única quadrícula.

500 intersecções

- b) Se todos os polígonos forem opacos não reflectores, qual o número máximo de raios secundários gerados no cálculo da cor de uma única quadrícula?

1 raio secundário (shadow feeler)

**13. [1.5v]** Considere que está a proceder ao recorte contra o volume canónico ortogonal utilizando a extensão do algoritmo de Cohen-Sutherland para 3D.

- a) Indique quais os OUTCODES associados à linha definida pelos pontos  $[-4, 2, 6]^T$  e  $[2, 4, 3]^T$ .

$OC_{[-4, 2, 6]^T} = 011010$

$OC_{[2, 4, 3]^T} = 101010$

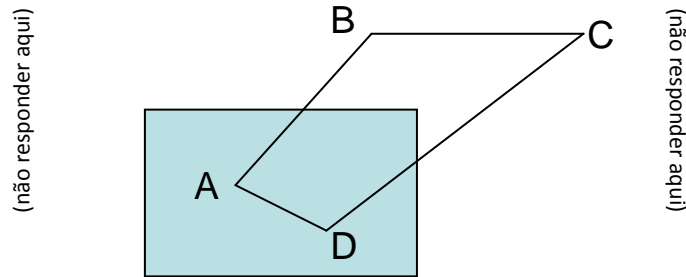
- b) Diga se essa linha deve ser:
- A: Trivialmente aceite
  - B: Reconstruída
  - C: Trivialmente rejeitada
  - D: Subdividida
  - E: Trivialmente recalculada

Opção C

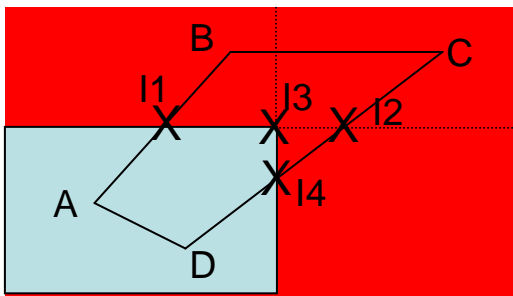
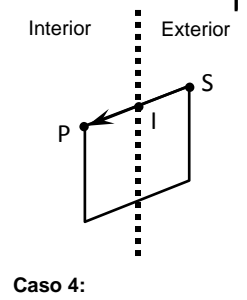
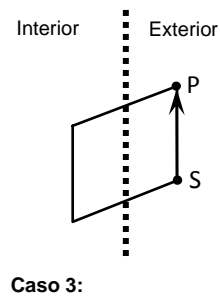
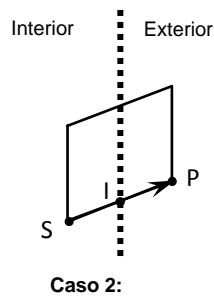
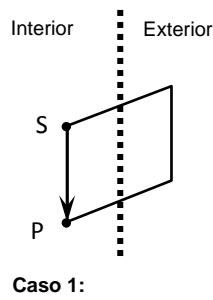
**14. [1.0v]** O algoritmo de recorte Sutherland-Hodgman baseia-se na estratégia de dividir para conquistar. Pretende-se que proceda ao recorte do polígono abaixo usando este algoritmo. Considere que a lista de vértices de entrada é [A B C D]. Determine as listas de saída de vértices na seguinte ordem de recorte: topo, direita, base e esquerda. Represente ainda, na **figura da página de respostas** e pela



respectiva ordem, os pontos de intersecção ( $I_1, I_2$ , etc.) resultantes do processo de recorte.

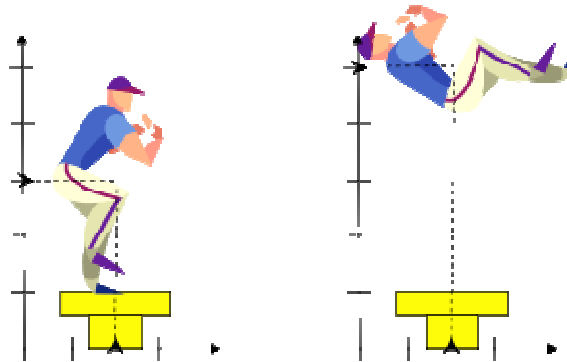


A sua execução pressupõe a utilização de 4 situações de teste abaixo representadas:



- Entrada: A, B, C, D
- Topo:  $I_1, I_2, D, A$
- Direita:  $I_3, I_4, D, A, I_1$
- Base:  $I_4, D, A, I_1, I_3$
- Esquerda:  $D, A, I_1, I_3, I_4$

15. [1.5v] Foi contratado para compor uma cena para um episódio de uma série de animação 2D, feita por computador. Neste episódio, numa demonstração de perícia, o personagem principal salta em cima de um pedestal de pedra, e faz uma cambalhota para trás, e volta a aterrar no sítio em que estava. A imagem da esquerda ilustra a cena antes da peripécia. Note que as setas indicam um ponto de referência no personagem.



- a) Enumere, pela ordem correcta de aplicação, as transformações elementares a aplicar ao personagem, tal qual como se encontra na imagem da esquerda, para o colocar na posição da imagem da direita, a 1/4 do tempo de animação.

*Translação (-2, -3); Rotação (+90º); Translação (+2, +5).*

- b) Utilizando as matrizes correspondentes às transformações elementares, escreva a expressão matricial correspondente à transformação composta.

*C x B x A, com as seguintes matrizes*

*A - Translação*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

*B - Rotação*

$$\begin{bmatrix} \cos 90 & -\text{sen}90 & 0 \\ \text{sen}90 & \cos 90 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

*C - Translação*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$